

Berechenbarkeit und Komplexität – Übung 5

Abgabe: bis Freitag, der 31. Mai 2024, um 11:00 Uhr am Fachgebiet oder vor der Übung.

**Geben Sie bitte Ihre Matrikelnummer an.
 Heften Sie zudem alle Ihre Lösungsblätter geeignet zusammen.**

Bonusaufgaben

Bonusaufgaben können schriftlich bearbeitet werden. Ihre Lösungen geben Sie bitte bis zum oben angegebenen Termin ab. Die Abgaben werden von uns korrigiert und die erreichten Punkte werden mittels eines Faktors in Bonuspunkte für die Klausur umgerechnet.

Aufgabe 1*

3 Punkte

Welche Funktion berechnet die folgende 2-Band-Turingmaschine M ?

$$M = (\{z_0, z_1, z_2, z_e\}, \{1\}, \{1, \square\}, \delta, z_0, \square, \{z_e\}) \quad \text{mit}$$

δ	(1, 1)	(1, \square)	(\square , 1)	(\square , \square)
z_0	($z_0, 1, 1, N, N$)	($z_1, \square, 1, R, R$)	($z_0, \square, 1, N, N$)	($z_2, \square, \square, N, L$)
z_1	($z_1, 1, 1, N, N$)	($z_0, \square, \square, R, N$)	($z_1, \square, 1, N, N$)	($z_2, \square, \square, N, L$)
z_2	($z_2, 1, 1, N, N$)	($z_2, 1, \square, N, N$)	($z_2, 1, \square, L, L$)	($z_e, \square, \square, R, N$)
z_e	($z_e, 1, 1, N, N$)	($z_e, 1, \square, N, N$)	($z_e, \square, 1, N, N$)	($z_e, \square, \square, N, N$)

Hinweis. Die rot markierten Felder können während einer Berechnung nicht auftreten, müssen aber angegeben werden, damit δ eine Funktion ist.

Aufgabe 2*

2+2+2 Punkte

Für eine Zahl $n \in \mathbb{N}$ bezeichne $\text{bin}(n)$ die Binärdarstellung von n . Beschreiben sie eine Turingmaschine (eine Beschreibung in Textform reicht aus), die

- bei Eingabe von $\text{bin}(n)$ den Wert $\text{bin}(\lceil \sqrt{n} \rceil)$ berechnet.
- bei Eingabe von $\text{bin}(n)$ den Wert $\text{bin}(2^n)$ berechnet.
- bei Eingabe von $\text{bin}(n_1)\#\text{bin}(n_2)$ prüft, ob n_1 ein Teiler von n_2 ist, im positiven Fall 1 ausgibt und 0 sonst.

Aufgabe 3*

1+4+1 Punkte

Bearbeiten Sie in Anlehnung an Lemma 6.20 die folgenden Teilaufgaben:

- Bestimmen Sie $(\text{bin}(2)\#\text{bin}(0))_5$.

Hinweis. Es gilt $(\text{bin}(0))_5 = 2$, $(\text{bin}(1))_5 = 1$ und $(\#)_5 = 3$.

- Geben Sie ein GOTO-Programm P an, welches die Funktion $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$f(n_1, n_2) = (\text{bin}(n_1)\#\text{bin}(n_2))_5$$

berechnet (vgl. Folie 6.22).

Hinweis. Sie dürfen Anweisungen der Form $x_i := x_j \cdot c$, $x_i := x_j \cdot x_k$, etc. verwenden.

- Berechnen Sie die eindeutige Zahl $n \in \mathbb{N}$ mit $(\text{bin}(n))_5 = 306$.