Regelungs- und Systemtechnik 1 - Übungsklausur 29

Bearbeitungszeit: 120 Min

Modalitäten

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Bitte schreiben Sie mit dokumentenechtem Schreibgerät (Tinte oder Kugelschreiber).
- Zur Lösung der Aufgaben ist der freie Platz[1] nach den jeweiligen Aufgaben vorgesehen; bei Bedarf werden Ihnen weitere Lösungsblätter ausgehändigt.
- Für alle Berechnungen sind die **Lösungswege** darzustellen. Die alleinige Angabe eines Ergebnisses wird als Lösung nicht bewertet.

Aufgabe 1

18 Punkte

Gegeben ist die nichtlineare Differentialgleichung

$$2\ddot{y} + 12y + 2(1 - y^2)\dot{u} + (20\dot{y} - 24)u = 0 \tag{1}$$

und die Übertragungsfunktion

$$G_1(s) = \frac{12}{s^2 + 5s + 6}$$

a) Bestimmen Sie die stationäre Lösung (y^*, u^*) der Differentialgleichung (1)!

b) Bestimmen Sie die Linearisierung der DGL (1) für den allgemeinen Betriebspunkt (y^*, u^*)!

c) Geben Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)}$ in Abhängigkeit von y^* an!

d) An welchen Betriebspunkten hat die Übertragungsfunktion $G(s)$ einen Relativgrad von 2? Bestimmen Sie denjenigen Betriebspunkt (y_1^*, u_1^*), an dem $G(s) = G_1(s)$ gilt!

Betrachten Sie im Folgenden die linearisierte Differentialgleichung aus (b) am Betriebspunkt (y_1^*, u_1^*) mit Übertragungsfunktion $G_1(s)$.

e) Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte $\Delta Y(s)$ der allgemeinen Lösung (homogenen und erzwungenen Teil) für das allgemeine Eingangssignal $\Delta U(s)$ mit den Anfangswerten $\Delta y(-0) = y_0$, $\Delta\dot{y}(-0) = \dot{y}_0$!
Hinweis: Es gilt $\mathcal{L}\{\dot{y}\} = sY(s) - y(-0)$

Für einen Einheitssprung am Eingang und unbekannte Anfangswerte $\Delta y(-0) = y_0$, $\Delta\dot{y}(-0) = \dot{y}_0$ ergibt sich die Laplace-Transformierte des Ausgangssignals $\Delta Y(s)$ zu

$$\Delta Y(s) = \frac{3s^2 + 12s + 12}{s^3 + 5s^2 + 6s}$$

[1] In der Übungsklausur ist dieser Platz nicht enthalten

f) Bestimmen Sie den Anfangswert y_0 zum Signal $\Delta Y(s)$!

g) Bestimmen Sie den Anfangswert $\dot{y}_0$ zum Signal $\Delta Y(s)$!
Hinweis: Nutzen Sie die allgemeine Lösung, verwenden Sie nicht den Anfangswertsatz!

Aufgabe 2

20 Punkte

Gegeben ist die Strecke $G(s)$ und Regler $C(s)$ im Standardregelkreis mit

$$G(s) = \frac{1}{5s^2 + s}, \qquad C(s) = \frac{(5s+1)(2s+1)}{s(s+1)} .$$

a) Skizzieren Sie den Standardregelkreis mit allen Ein- und Ausgangssignalen!

b) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ sowie die ausgangsseitige Störübertragungsfunktionen $S_o(s) = \frac{Y(s)}{D_o(s)}$! Kürzen Sie soweit wie möglich!

c) Zeigen Sie, dass der geschlossene Regelkreis intern stabil ist!

d) Betrachten Sie das rampenförmige Referenzsignal

$$r(t) = a_0 + a_1 t$$

Zeigen Sie durch die Auswertung des Laplace-Integrals, dass

$$R(s) = \frac{a_0}{s} + \frac{a_1}{s^2}$$

die Laplace-Transformierte des Referenzsignals $r(t)$ ist! Geben Sie den Konvergenzbereich an!

e) Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte des Regelfehlers $E(s)$ sowie des Ausgangs $Y(s)$, wenn $R(s)$ wie oben gegeben ist!
Bestimmen Sie jeweils die stationären Endwerte des Ausgangs $y(t)$ und des Regelfehlers $e(t)$ falls diese existieren!

Aufgabe 3

17 Punkte

Gegeben ist das Bode-Diagramm einer unbekannten offenen Kette $L(s)$ in Abb. 1.

a) Bestimmen Sie die Lage der Pol- und Nullstellen anhand des Verlaufs von Betrags- und Phasengang! Zeichnen Sie die Asymptoten gemäß Ihrer vermuteten Struktur im Amplitudengangein und ermitteln Sie die Knickfrequenzen der Pol- und Nullstellen!

b) Bestimmen Sie die Verstärkung und geben Sie $L(s)$ in Zeitkonstantenform an!

c) Ordnen Sie dem Bodediagramm eine der Ortskurven in Abb. 2 zu und markieren Sie den Ast positiver Frequenzen! (Begründen Sie Ihre Antwort!)

d) Sei $L(s)$ die offene Kette im Standardregelkreis. Überprüfen Sie anhand des Nyquistkriteriums, ob die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises BIBO-stabil ist!

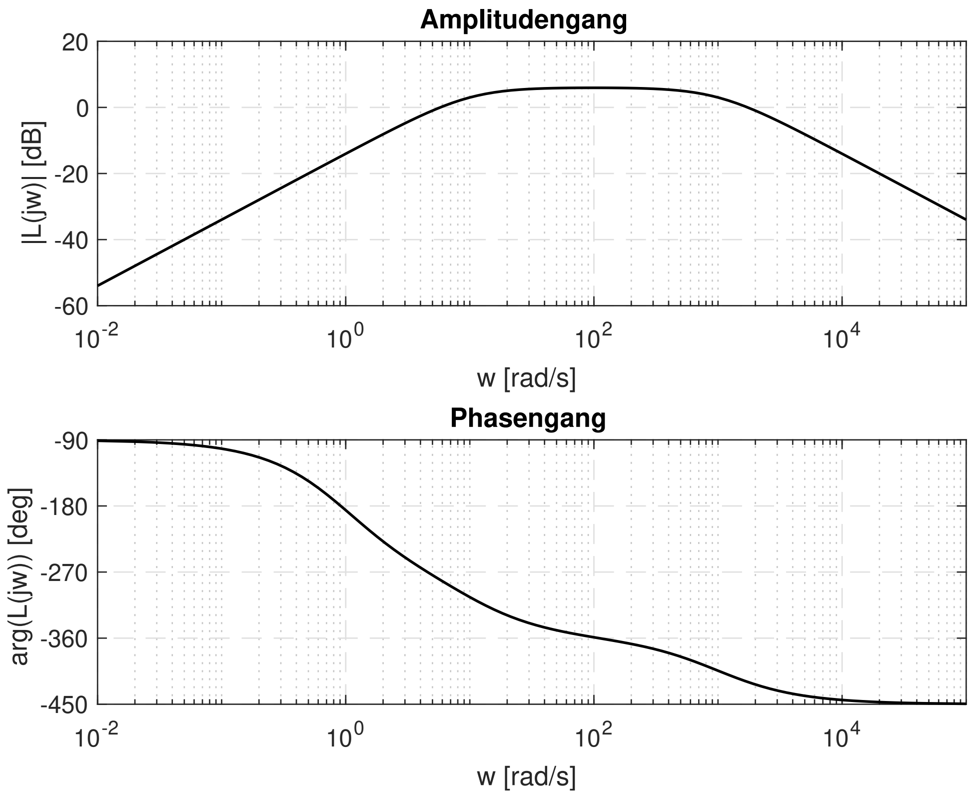

Abbildung 1: Bodediagramm der offenen Kette $L(s)$.

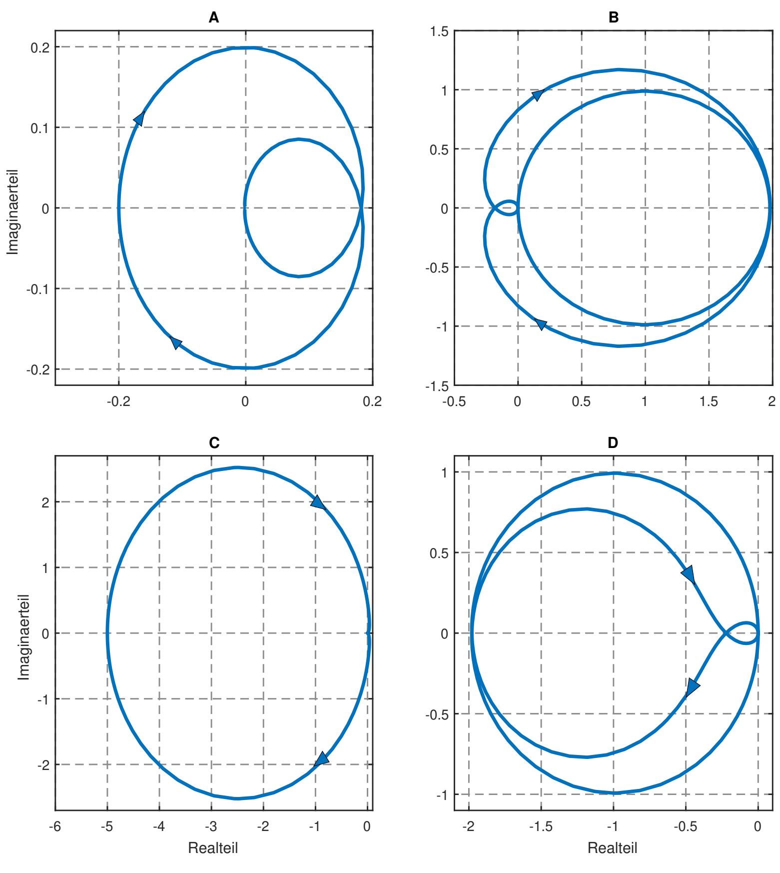

Abbildung 2: Ortskurven zur Auswahl

Aufgabe 4

15 Punkte

Gegeben ist der Standardregelkreis mit Regelstrecke der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}.$$

Betrachten Sie zunächst den Regler $C_1(s) = K_P$ mit $K_P > 0$.

a) Zeigen Sie, dass die offene Kette vom einfachen Typ ist!

b) Berechnen Sie $C_1(s)$ so, dass für die Anstiegszeit der Führungssprungantwort $t_r = 1{,}5\,\mathrm{s}$ ist! Welche Überschwingweite erwarten Sie für diese Sprungantwort?

Betrachten Sie nun den Regler $C_2(s)$ mit

$$C_2(s) = K\frac{\tau s + 1}{s}, \qquad K > 0,\ \tau > 0.$$

c) Skizzieren Sie die Phasengänge der offenen Kette $L_2(s) = C_2(s)G(s)$ für die Fälle (i) $0 < \tau < 1$ und (ii) $1 < \tau$! Wie muss τ gewählt werden, damit sich eine Phasenanhebung ergibt?

d) Bestimmen Sie τ so, dass sich eine maximale Phasenanhebung von $\varphi = 45°$ an der Frequenz $\omega_{\max}$ ergibt!

Hinweis: Die maximale Phase des Lead-Gliedes $G_{\mathrm{Lead}}(s) = \dfrac{\tau_1 s + 1}{\tau_2 s + 1}$ ergibt sich an der Frequenz $\omega_{\max} = \dfrac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$ und beträgt $\varphi_{\max} = \arctan\left(\dfrac{\tau_1 - \tau_2}{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}}\right)$.