

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E3
Institut für Physik	Hertzsche Wellen	Seite 1

1. Aufgabenstellung

- 1.1. Die Spannungsverteilung einer stehenden elektromagnetischen Welle auf einer Lecherleitung ist qualitativ zu untersuchen. Aus der gemessenen Stromverteilung sind Wellenlänge und Frequenz der eingespeisten Welle zu bestimmen. Der Wellenwiderstand der Lecherleitung ist anzugeben.
- 1.2. Die Wellenlänge einer in Luft abgestrahlten stehenden elektromagnetischen Welle ist zu bestimmen.
- 1.3. Ergänzende qualitative Experimente zur Polarisation und Ausbreitung in unterschiedlichen Medien sind durchzuführen.

Literatur: Stroppe, H. Physik für Studenten der Natur- und Technikwissenschaften
 Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag
 11. Auflage 1999, S. 332-333, S. 334-350

Bergmann • Schäfer Lehrbuch der Experimentalphysik
 Band 2, Elektromagnetismus
 Walter de Gruyter Berlin New York
 8. Auflage 1999, S. 298-307, S. 308-320, S. 323-325

2. Grundlagen

Als Hertzsche Wellen werden elektromagnetische Wellen mit Frequenzen im höheren MHz-Bereich bezeichnet. Sie spielen heute eine wichtige Rolle bei der drahtgebundenen und/oder drahtlosen Übertragung von elektrischen Wechselsignalen bzw. Informationen. Aufgrund Ihrer Wellenlängen im Dezimeter-Bereich eignen sie sich auch gut für Experimente in Zimmerlaboratorien.

2.1. Ausbreitung elektromagnetischer Wellen entlang einer Lecherleitung

Elektrische Leitungen zum Transport elektromagnetischer Energie besitzen einen Hin- und einen Rückleiter. Bleiben Querschnitt der Leiter und ihre räumliche Anordnung zueinander über die ganze Länge konstant, spricht man von einer *homogenen Doppelleitung*. Bekannte Beispiele hierfür sind Antennenkabel in koaxialer Ausführung oder als Paralleldrahtleitung. Eine Lecherleitung (nach *Ernst Lecher*, 1856 - 1926) besteht aus zwei parallelen, geraden Leiterstücken bestimmter Länge, deren Enden wahlweise kurzgeschlossen, geöffnet oder mit einem Widerstand abgeschlossen werden können.

Strom- und Spannungsverlauf auf der Doppelleitung in x-Richtung hängen aber nicht nur von der Zeit, sondern wegen der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit der damit verbundenen elektrischen und magnetischen Felder auch vom Ort ab. Für eine *verlustfreie* Leitung ohne Leitungswiderstand oder Isolationsleitwert gelten die vereinfachten Telegrafengleichungen:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

sowie

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (2)$$

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E3
Institut für Physik	Hertzische Wellen	Seite 2

Lösungen der Wellengleichungen (1) und (2) sind beispielsweise in x-Richtung fortschreitende harmonische Strom- und Spannungswellen:

$$u = u_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (3)$$

und

$$i = i_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]. \quad (4)$$

$\omega = 2\pi f$ ist die Kreisfrequenz der Welle, die Phasengeschwindigkeit c wird bei hohen Frequenzen f unabhängig von der Geometrie der Leiteranordnung:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}, \quad (5)$$

hängt also nur von den elektrischen und magnetischen Materialeigenschaften des die Leiter umgebenden Mediums ab. Elektrische und magnetische Feldkomponenten sind in diesem Fall überwiegend außerhalb der beiden metallischen Leiter lokalisiert (Skinneffekt).

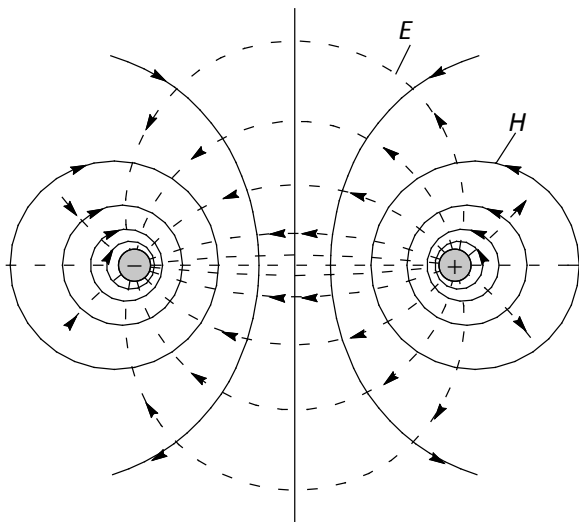


Abb. 1: Feldverläufe an der Lecherleitung

In nebenstehender Abbildung ist für einen bestimmten Zeitpunkt (positive Ladung befindet sich gerade auf dem rechten Leiter) der prinzipielle Feldverlauf zwischen den beiden Einzelleitern dargestellt, wenn diese senkrecht auf der Papierebene stehen und die elektromagnetische Welle auf den Betrachter zuströmt. Man erkennt, dass sich die Felder überwiegend *zwischen* den Leitern ausbilden, wobei elektrische und magnetische Feldlinien senkrecht aufeinander stehen.

Eine wichtige Kenngröße der Doppelleitung ist ihr *Wellenwiderstand* Z_L , der den Zusammenhang zwischen den Wellenfunktionen u und i beschreibt:

$$u = i Z_L \quad \text{mit} \quad Z_L = \sqrt{\frac{L'}{C'}}. \quad (6)$$

Hierbei ist L' der *Induktivitätsbelag* der Leitung (Induktivität pro Längeneinheit) und C' der *Kapazitätsbelag* (Kapazität pro Längeneinheit). Für eine Lecherleitung, deren Drähte mit dem Durchmesser d im Abstand a ihrer Mittellinien voneinander montiert sind, erhält man:

$$Z_L = \frac{Z_0}{\pi \sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{2a}{d} \right) \approx \frac{120 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{2a}{d} \right) \quad \text{mit} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx (120\pi) \Omega \approx 377 \Omega. \quad (7)$$

Z_0 ist hierbei der Wellenwiderstand des Vakuums.

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E3
Institut für Physik	Hertzische Wellen	Seite 3

In der Realität ist eine Doppelleitung nicht unendlich lang, vielmehr werden der Wellenausbreitung durch den Abschluss der Leitung zusätzliche Bedingungen auferlegt. Will man eine Reflexion am Leitungsende vermeiden, müssen beide Leiter hier mit einem passenden Widerstand $R = Z_L$ überbrückt werden, in allen anderen Fällen erfolgt eine zumindest teilweise Reflexion, so dass sich auf der Leitung eine stehende Welle ausbildet. Grenzfälle sind:

- $Z_L = 0$: *Kurzschluss*, dies erzwingt $u = 0$, also einen Spannungsknoten an der Reflexionsstelle
- $Z_L \rightarrow \infty$: *Leerlauf*, hieraus folgt $i = 0$, d. h. ein Stromknoten am Leitungsende

Vergleichbar mit dem Phasensprung einer mechanischen Welle am festen Ende ändert sich daher die Phase der reflektierten u -Welle bei Kurzschluss und die der i -Welle im Leerlauf, auf der gesamten Leitung sind Strom und Spannung jetzt räumlich und zeitlich um $\pi/2$ phasenverschoben (Abb. 2).

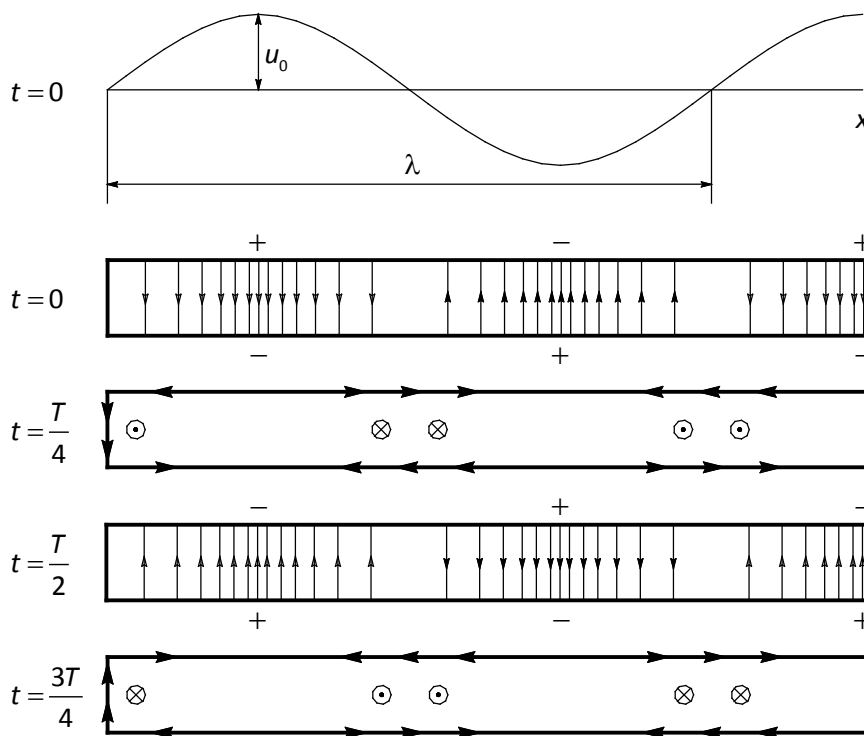


Abb. 2: Spannungs- und Stromverläufe einer linksseitig kurzgeschlossenen Lecherleitung mit stehender Welle zu verschiedenen Zeitpunkten. Elektrische und magnetische Feldrichtungen sind angedeutet.

2.2. Ausbreitung elektromagnetischer Wellen im freien Raum

James Clerk Maxwell (1831 - 1879) führte den *Verschiebungsstrom*, die Fortsetzung des Leitungsstromes in den ladungsfreien Raum, in die Theorie elektromagnetischer Erscheinungen ein. Er konnte so auf der Basis der universellen Feldgleichungen (heute Maxwellsche Gleichungen) die Möglichkeit der wellenförmigen Ausbreitung elektromagnetischer Felder theoretisch nachweisen. Der experimentelle Beweis gelang erstmalig 1886 (*Heinrich Hertz*, 1857 - 1894).

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E3
Institut für Physik	Hertzische Wellen	Seite 4

Beschränkt man sich auf ein raumladungsfreies Gebiet, dann lassen sich aus den Maxwell'schen Gleichungen Wellengleichungen ähnlich (1) und (2) für das Fortschreiten elektrischer und magnetischer Wechselfelder herleiten. Für die Ausbreitung in x -Richtung sind dies beispielsweise:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (8)$$

sowie

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} . \quad (9)$$

Beide Feldvektoren stehen senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung und darüber hinaus auch senkrecht aufeinander. Eine elektromagnetische Welle ist also eine Transversalwelle und somit prinzipiell polarisiert. Einfache Lösungen der Wellengleichungen sind ebene harmonische Wellen der elektrischen und magnetischen Feldstärke:

$$E_y = E_{0,y} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (10)$$

sowie

$$H_z = H_{z,0} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right], \quad (11)$$

wobei die Phasengeschwindigkeit sich aus (8) oder (9) ergibt: $c = 1/\sqrt{\varepsilon \mu}$.

Wie auch bei mechanischen Wellen lässt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen auf die Materialeigenschaften des Ausbreitungsmediums zurückführen, die Ausbreitung erfordert aber nicht zwangsläufig einen Stoff. Im Vakuum wird die Phasengeschwindigkeit durch die magnetische und elektrische Feldkonstante bestimmt:

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}, \quad (12)$$

elektromagnetische Wellen breiten sich hier also mit Lichtgeschwindigkeit aus. Da c in Stoffen im Allgemeinen ungleich c_0 ist, kann eine weitere Stoffeigenschaft, die Brechzahl n , eingeführt werden:

$$n = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \geq 1. \quad (13)$$

In nichtleitenden Stoffen ist bei hohen Frequenzen in guter Näherung $\mu_r = 1$. Damit vereinfacht sich (13) zur so genannten Maxwell'schen Relation $n = \sqrt{\varepsilon_r}$. Es ist hierbei zu beachten, dass ε_r von der Frequenz der auf den Stoff einwirkenden elektromagnetischen Welle abhängig ist. Im Frequenzbereich Hertzischer Wellen darf für Wasser beispielsweise nicht mehr seine statische Dielektrizitätskonstante ($\varepsilon_r \approx 81$) angenommen werden.

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E3
Institut für Physik	Hertzische Wellen	Seite 5

3. Messanleitung und Auswertung

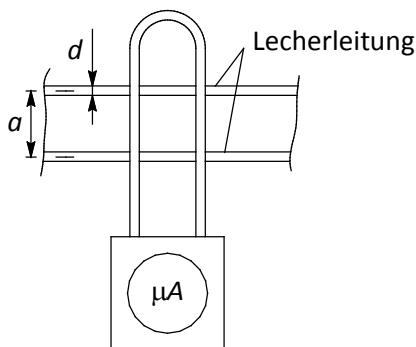
3.1. Lecherleitung

Der am Versuchsplatz befindliche HF-Generator, dessen Frequenz zunächst unbekannt ist, wird mittels Koaxialkabel mit der Einkoppelschleife der fest montierten Lecherleitung verbunden. Eine zusätzliche Signalmodulation ist nicht notwendig, so dass der entsprechende Schalter am Gerät aus bleibt. Das andere Ende der Leitung wird mit dem Kurzschlussbügel abgeschlossen, sein äußerer Rand sollte jetzt mit der Nullmarke des aufgeklebten Längenmaßstabs übereinstimmen.

Die Spannungsbäuche bzw. -knoten werden qualitativ mit zwei alternativen Hilfsmitteln untersucht:

- *Elektrische Feldsonde:* Dies ist eine Glimmlampe, die mittels Netzspannung über ein im Haltestab eingebautes Widerstandsnetzwerk gerade oberhalb der Zündspannung betrieben wird. Bringt man die Glimmlampe in die Nähe eines Leiters der Lecherleitung, dann leuchtet sie an den Spannungsbäuchen hell auf (Generatorleistung entsprechend anpassen!).
- *Lange Leuchtstofflampe:* Diese wird längs auf die Lecherleitung gelegt und mit Hilfe des bei der Aufsicht auszuleihenden Piezozünders zum Leuchten gebracht. Dies geschieht zweckmäßigerweise an den erwarteten Stellen der Spannungsbäuche, ausgehend von der Reflexionsstelle. Auch hier erfordert das Einstellen der benötigten Generatorleistung ein wenig Übung.

Die Versuche sind sowohl für den Kurzschlussfall als auch bei offenem Ende der Lecherleitung durchzuführen und die Ergebnisse zu protokollieren. Eine erste Schätzung der Wellenlänge ist anzugeben.



Die Stromverteilung längs der Lecherleitung lässt sich mit Hilfe einer verschiebbaren Koppelschleife messen, an die nach Gleichrichtung und Glättung der induzierten elektrischen Schwingung ein Mikroamperemeter angeschlossen ist (Abb. 3).

Vor Beginn der Messung kann durch behutsames Verschieben der Einkoppelschleife die Lecherleitung in Resonanz gebracht werden. Erkennbar ist dies am deutlichen Minimum des gemessenen Stromes an den Stromknoten.

Abb. 3: Messung der Stromverteilung Man beginnt an der Reflexionsstelle ($x=0$) und notiert in Schritten von $\Delta x=2\text{ cm}$ den angezeigten Stromwert, bis die Positionen mindestens zweier Minima sowie zweier Maxima gefunden sind. Auf gleiche Weise verfährt man mit von der Lecherleitung abgezogenem Kurzschlussbügel, wobei die Messposition an der Leitung um die Länge des abgezogenen Stücks zu korrigieren ist.

Die Messergebnisse sind in einem geeignet skalierten, gemeinsamen Diagramm darzustellen. Wenn hierfür das Praktikumsprogramm (*PhysPract*) verwendet wird, ist das Bearbeitungsfenster „*Interpolation mittels kubischer Splines*“ auszuwählen. Aus den Abständen der Minima und Maxima voneinander (vgl. Abb. 2) ist ein gemittelter Wert für die Wellenlänge λ der elektromagnetischen Welle zu bestimmen und hieraus mit der bekannten Ausbreitungsgeschwindigkeit die Frequenz des HF-Generators zu berechnen.

In einem abschließenden qualitativen Experiment wird die Lecherleitung an ihrem Ende mit einem am Versuchsplatz vorhandenen Widerstand abgeschlossen ($R \approx Z_L$). Durch Beobachten der Stromverteilung

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E3
Institut für Physik	Hertzsche Wellen	Seite 6

lung auf der gesamten Leitung ist der Grad der Reflexionsunterdrückung abzuschätzen. Z_L ist nach Gl. (7) zu berechnen, für die notwendigen Messungen von Drahtdurchmesser und -abstand ist bei der Praktikumsaufsicht eine Schieblehre auszuleihen.

3.2. Elektromagnetische Welle in Luft

Der HF-Generator wird für diesen Versuchsteil mittels Koaxialkabel mit dem Sendedipol (horizontal angeordneter so genannter Halbwellendipol) verbunden. Dessen Abstand d von der ebenen Reflektorwand soll auf einen größtmöglichen Wert eingestellt werden derart, dass eine optimale Resonanzbedingung für die sich ausbildende stehende Welle gegeben ist (Knoten bzw. festes Ende an der Reflektorwand, Bauch bzw. offenes Ende am Sendedipol). Für die Berechnung von d ist die im Versuchsteil 3.1 gefundene Wellenlänge λ heranzuziehen. Der Parabolreflektor soll die Abstrahlung einer möglichst ebenen Welle unterstützen und wird bis an den Reiterstift des Sendedipols herangeschoben (Abb. 4a).

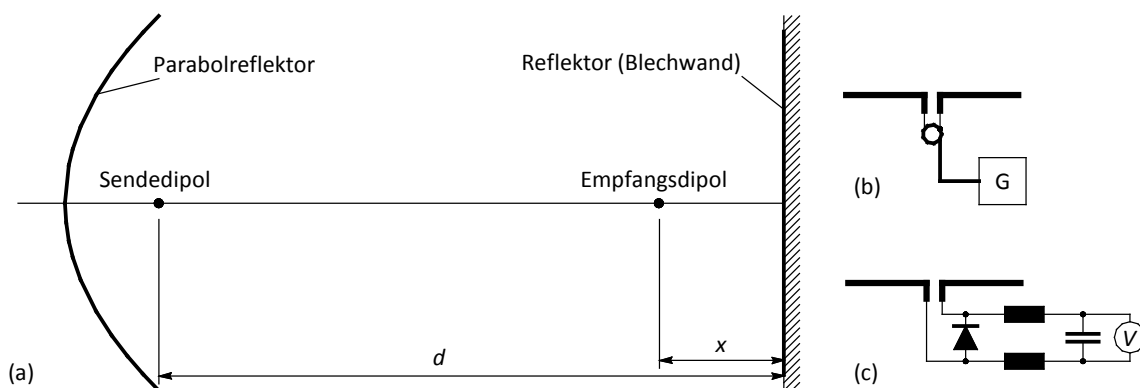


Abb. 4: Anordnung zur Erzeugung einer stehenden elektromagnetischen Welle in Luft (a), elektrische Beschaltung des Sendedipols (b) und des Empfangsdipols mit Gleichrichter (c)

Ähnlich Versuchsteil 3.1 wird der Verlaufs der elektrischen Feldstärke in 2 cm -Schritten, beginnend bei $x = 10\text{ cm}$, durchgeführt, bis die Positionen mindestens zweier Maxima und zweier Minima gefunden sind. Da die Ablesungen sehr anfällig auf Störungen durch die Versuchsperson sind, wird der Empfangsdipol zuerst an die gewünschte Position geschoben und das Anzeigeinstrument möglichst entfernt, am besten hinter dem Parabolreflektor, aufgestellt. Notiert wird der Wert der gleichgerichteten Spannung als Funktion des Ortes (vgl. Abb. 4c). Eine grafische Darstellung ist anzufertigen. Die Ergebnisse der Wellenlängenbestimmung sind mit denen aus dem ersten Versuchsteil zu vergleichen und mögliche Abweichungen zu diskutieren.

3.3. Qualitative Experimente

Der letzte Versuchsteil soll weitere Kenntnisse über Eigenschaften elektromagnetischer Wellen im Dezimeter-Wellenlängenbereich vermitteln. Die Anleitungen hierzu erfolgen stichpunktartig, die Beobachtungen sind zu protokollieren und kurz zu interpretieren.

TU Ilmenau	Physikalisches Grundpraktikum	Versuch E3
Institut für Physik	Hertzsche Wellen	Seite 7

- Blechreflektor von der Wand abhängen und so aufstellen, dass er die weiteren Experimente möglichst nicht beeinflusst, alle nicht benötigten Versuchsutensilien hinter den Parabolreflektor stellen
- Passivdipol etwa (30...40)cm vom Sendedipol entfernt aufstellen und mit Messsonde Spannungsverlauf längs beider Dipole verfolgen, Generatorleistung ggf. reduzieren
- Empfangsdipol mit Glühlämpchen etwa (30...40)cm vom Sendedipol entfernt aufstellen, horizontal ausrichten und Generatorleistung so anpassen, dass das Lämpchen nicht zu hell leuchtet. Holzrahmen mit eingesetzten Metallstäben horizontal und danach vertikal ausgerichtet zwischen Sende- und Empfangsdipol halten
- Wiederholung des Experimentes, der Holzrahmen mit den Metallstäben wird aber jetzt, in Senderichtung gesehen, sowohl horizontal als auch vertikal ausgerichtet hinter dem Empfangsdipol gehalten, der Abstand zum Empfangsdipol variiert
- Steigerung des Experimentes, Empfangsdipol mit Glühlämpchen wird vertikal ausgerichtet und empfängt nicht mehr. Holzrahmen mit Metallstäben wird zwischen Sende- und Empfangsdipol gehalten und seine Ausrichtung kontinuierlich zwischen horizontal und vertikal verändert
- Empfangsdipol wird gegen Wasserküvette mit unterschiedlich langen Dipolen ausgetauscht, die Glühlämpchen leuchten immer, wenn ihr angeschlossener Dipol empfängt. Küvette wird mit destilliertem Wasser geflutet (Stichwort: Halbwelldipol)

Anmerkungen

Zur Vermeidung unnötiger Funkstörungen schalten Sie den HF-Generator bitte aus, wenn keine Messungen durchgeführt werden.

Sollte das Glimmlämpchen der Spannungsmesssonde zu Bruch gegangen sein, entfernen Sie bitte sofort den Netzstecker aus der Dose, auch wenn aufgrund der vorgeschalteten Widerstände keine gefährlichen Berührungsspannungen auftreten können.